

De relativiteitstheorie voor dummies

Een totaal andere benadering

Inhoudsopgave

De ruimte in twee dimensies.....	2
Twee soorten deeltjes.....	3
Een foton.....	3
Een elementair materiedeeltje.....	3
Een waarnemer en een foton.....	4
Een waarnemer, een reiziger en twee klokken.....	4
De afgelegde weg van een materiedeeltje.....	6
Een paar handige vergelijkingen.....	9
Een waarnemer en een spiegel met een eenparige snelheid.....	10
Conclusie.....	11
Lorentz-FitzGeraldcontractie.....	12
De energie van een materiedeeltje.....	15
Disclaimer.....	16
Inhoud.....	16
Aansprakelijkheid.....	16
Verantwoordelijkheid.....	16

[Wikipedia](#) De speciale relativiteitstheorie werd ontwikkeld in 1905 door Albert Einstein. Deze theorie gaat uit van o.a. het volgende postulaat: De lichtsnelheid in vacuüm is een universele constante, oftewel: waarnemers in inertiaalstelsels meten voor de lichtsnelheid in vacuüm altijd 299.792.458 m/s, onafhankelijk van hun onderlinge (relatieve) beweging.

Niemand twijfelt uiteraard aan dit postulaat, het volgt immer direct uit de [Maxwellvergelijkingen](#). Maar die verklaren echter niet **waarom** dit zo is.

De ruimte in twee dimensies.

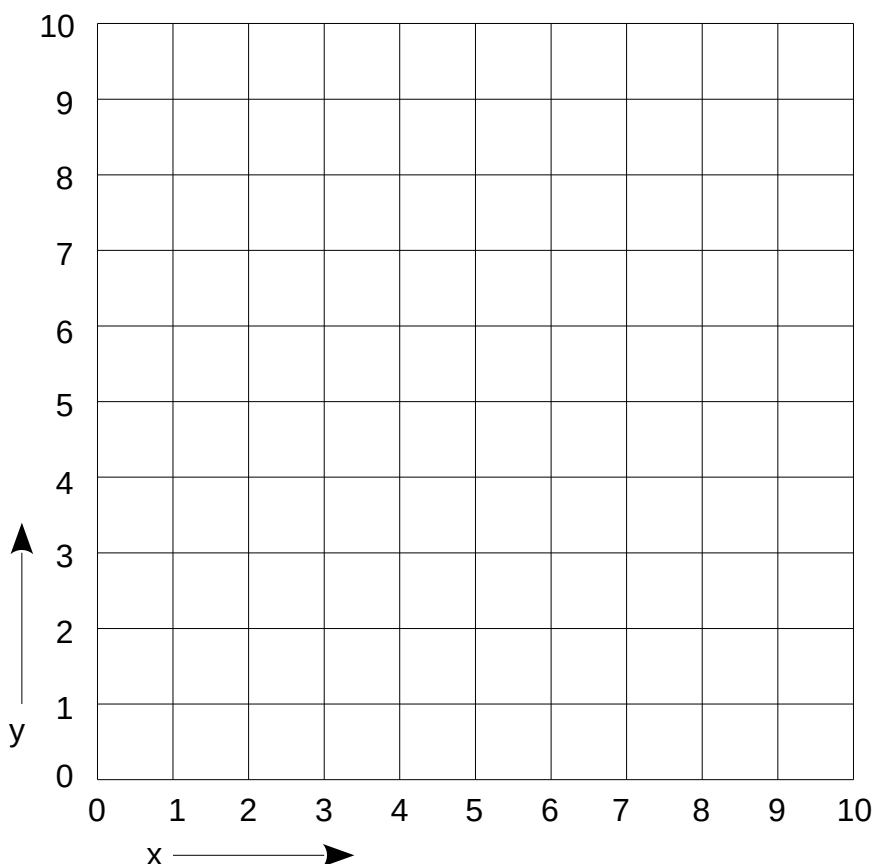
Stel je een tweedimensionale ruimte voor met een x- en een y-as. De derde dimensie laten we in dit voorbeeld weg, maar door de symmetrie geldt voor de z-as het zelfde als voor de x- en y-as.

In deze ruimte (de D-ruimte) bestaat tijd niet als aparte dimensie maar is deze volledig met de ruimte verstrengeld, met dien verstande dat een afstand van 300.000 km overeenkomt met 1 seconde. Het maakt niet uit in welke richting je die afstand aflegt.

De D-ruimte verschilt van de [Minkowski-ruimte](#) waar we gewend aan zijn. Zo heeft de Minkowski-ruimte een aparte dimensie voor tijd en is een groot deel van de ruimte verboden gebied. Snelheden zijn gelimiteerd aan 300.000 km/s (c).

In de D-ruimte is geen gebied verboden en zijn snelheden niet gedefinieerd.

We verdelen de x- en de y-as voor het gemak op in seconden.

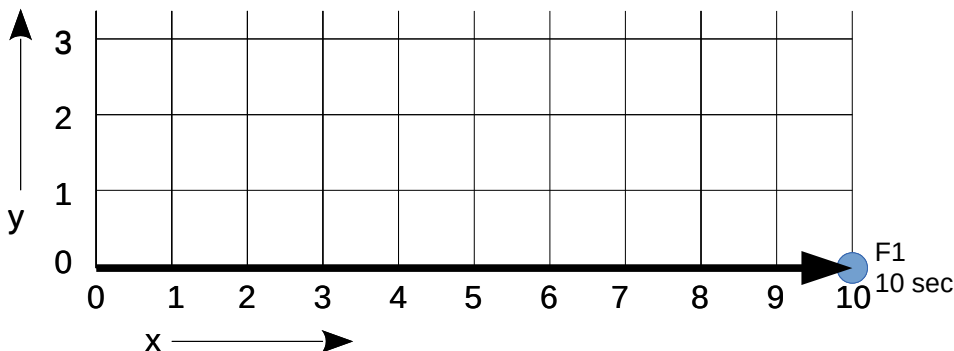


Twee soorten deeltjes

In deze ruimte bestaan twee soorten deeltjes. Eén type kan zich alleen rechtlijnig voortbewegen, zoals een foton. Het andere type bestaat uit elementaire materiedeeltjes.

Een foton

Stel nu dat een foton een weg aflegt die gaat van 0,0 (x,y) naar 10,0 dan heeft de foton dus 10 seconden ofwel 3.000.000 km afgelegd.

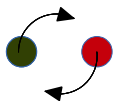


Een elementair materiedeeltje

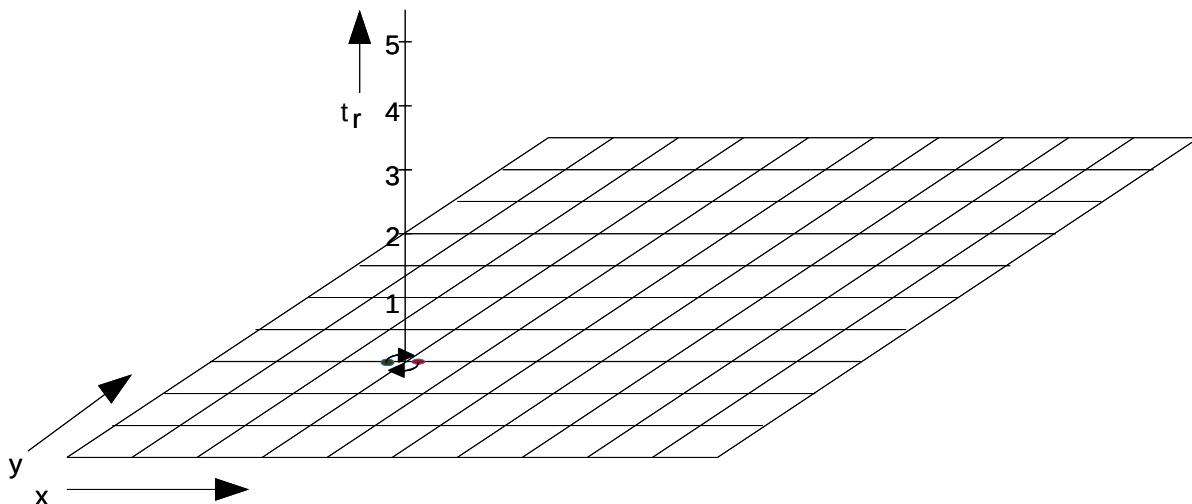
Stel het elementaire materiedeeltje voor als bestaande uit twee individuele deeltjes die om een gemeenschappelijk punt draaien. Doordat deze twee deeltjes elkaar aantrekken houden ze elkaar in de zelfde baan.

In werkelijkheid zit een elementair materiedeeltje veel ingewikkelder in elkaar maar voor deze uitleg voldoet dit model. ([Protons and Neutrons: The Massive Pandemonium in Matter](#))

Houd er rekening mee dat deze bouwstenen zeer klein zijn. Zo bestaat een neutron of proton uit drie quarks en de afmeting van een neutron of proton is al kleiner dan $2 \cdot 10^{-15} m$.



Door de rotatie legt ook dit deeltje een afstand af. Het is uiteraard lastig om de afstand die door rotatie wordt afgelegd in het vlak van de ruimte af te beelden. We gebruiken daarom een hulpas die loodrecht staat op de ruimtedimensies van ons vlak. t_r is hier de verplaatsing van het materiedeeltje t.g.v. zijn rotatie in seconden. Let wel, het gaat hier om een hulpas, de beweging van het materiedeeltje vindt geheel plaats in de tweedimensionale ruimte.



Stel je nu een waarnemer voor die uit meer dan een miljard maal een miljard maal een miljard van dit soort deeltjes is opgebouwd. Uiteraard is hij/zij zich niet bewust van de rotatie van de elementaire deeltjes maar merkt wel op dat op een gegeven moment een bepaalde tijd is verstreken.

Een waarnemer en een foton

Stel nu dat deze waarnemer een foton wegstuurt die op een afstand van 10 door een spiegel wordt gereflecteerd. We gaan er vanuit dat de waarnemer weet dat deze spiegel zich op een afstand van 10 seconden bevindt. Om elkaar weer te ontmoeten moeten beide de zelfde afstand/tijd hebben overbrugd. Als het foton terugkeert bij de waarnemer hebben ze 20 seconden (ofwel 6.000.000 km) afgelegd. Het foton een rechte weg en de elementaire deeltjes van de waarnemer door rotatie.

De waarnemer zal nu concluderen dat het foton de weg van 6.000.000 km in 20 seconden heeft afgelegd en dus voor de waarnemer een snelheid heeft van 300.000 km/s, de zogenaamde lichtsnelheid c .

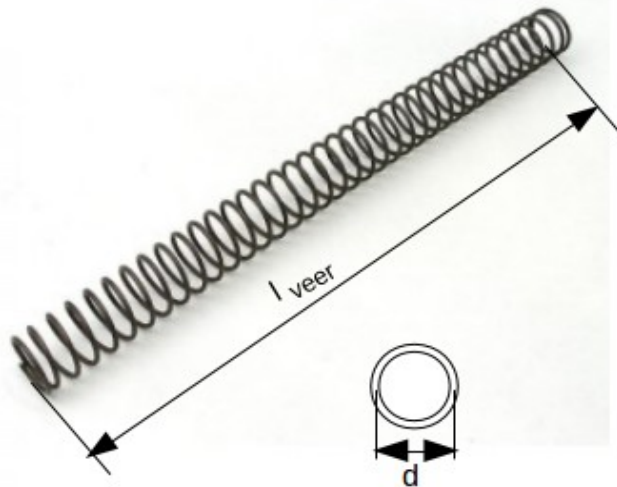
Een waarnemer, een reiziger en twee klokken

In mijn volgende voorbeeld gaan we uit van een waarnemer, een reiziger en twee klokken. Uiteraard zijn de waarnemer, de reiziger en de klokken samengesteld uit de zelfde elementaire materiedeeltjes en dus gaan alle vier even snel door de tijd. Als voor de waarnemer en de reiziger een seconde is verstreken dan is dat ook het geval voor de beide klokken.

We laten nu een reiziger een bepaalde weg afleggen in onze D-ruimte. De reiziger neemt een klok mee en er blijft er een achter bij de waarnemer op het punt van vertrek. De elementaire materiedeeltjes van de reiziger en zijn klok leggen een afstand af die bepaald wordt door de rotatie t_r en door de lineaire afgelegde weg t_l . Beide mogen niet zonder meer bij elkaar worden opgeteld.

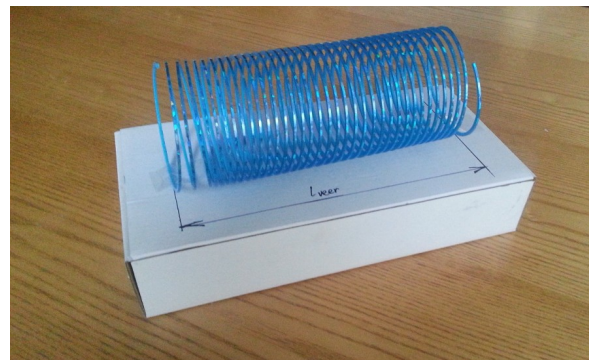
Het toeval wil (maar misschien heeft de schepper dit wel zo bedoeld) dat de totaal afgeleg-

de weg bepaald wordt door $t_t = \sqrt{t_r^2 + t_l^2}$ ([zie hier](#)). Het maakt niet uit welke hoek het vlak van de rotatie maakt met de lineaire beweging.



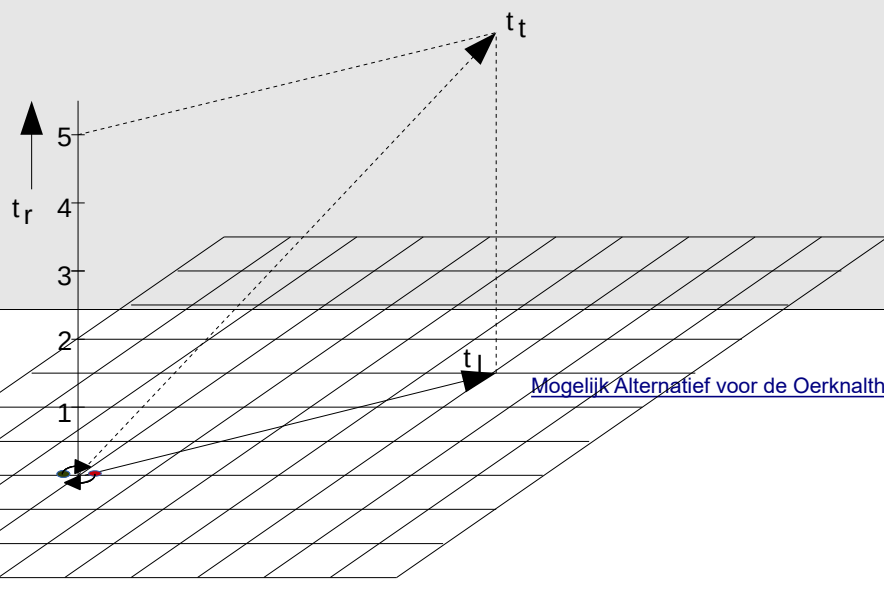
Zo wordt de lengte van de draad (l_{draad}) waarvan deze veer is gemaakt bepaald door de diameter d , het aantal omwentelingen n en de lengte l_{veer} van de veer en wel zo dat $l_{\text{draad}} = \sqrt{(d \cdot \pi \cdot n)^2 + l_{\text{veer}}^2}$ ($d \cdot \pi$ is de omtrek van de veer)

Om duidelijk te maken dat de hoek van het vlak van de rotatie niet belangrijk is heb ik hier twee foto's van de zelfde veer. Een met de rotatie haaks op de lengte van de veer en een met het vlak van de rotatie bijna gelijk aan het vlak van de lengte van de veer.



De afgelegde weg van een materiedeeltje

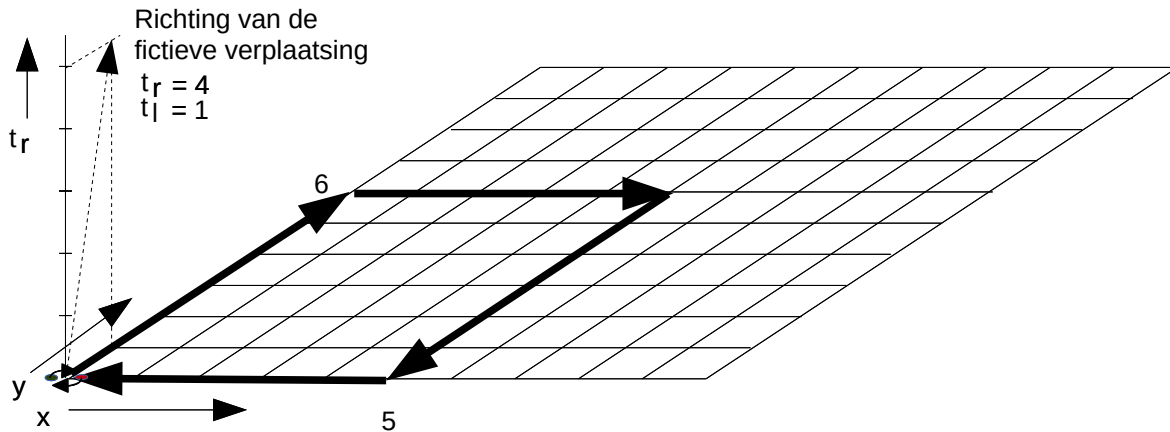
Als we de afgelegde weg door rotatie van het materiedeeltje afzetten op een hulpas loodrecht op de tweedimensionale ruimte dan is de lengte van de totaal afgelegde weg gelijk aan de schuine zijde van de gevormde driehoek. Grafisch ziet dat er als volgt uit:



Ook hier geldt dat de afgelegde weg geheel door de ruimte wordt afgelegd. Het is verleidelijk om aan de hulpas de zelfde waarde toe te kennen als van de ruimteassen. Er geldt immers een symmetrie:

$t_t = \sqrt{t_x^2 + t_y^2 + t_r^2}$. Het lijkt er op dat t_r de zelfde functie vervult als t_x en t_y , maar dat berust (min of meer) op toeval.

Stel dat een reiziger een weg aflegt van 0,0 naar 0,6 naar 5,6 naar 5,0 en tenslotte terugkeert bij de klok en een waarnemer op 0,0 (coördinaten zijn voor vertrek uitgezet). In dit voorbeeld is de verhouding tussen t_r en t_l zo dat als $t_r=4$ dan $t_l=1$, de reiziger legt dus een afstand af van 300.000 km in 4 seconden en interpreteert zijn snelheid dus als 75.000 km/s. Totaal legt de reiziger een afstand af van $22 \times 300.000 \text{ km}$ in 88 sec .



In totaal heeft de reiziger met zijn klok door de rotatie en de lineaire verplaatsing een afstand (alles in seconden) afgelegd van $t_t = \sqrt{22^2 + 88^2} = 90,7 \text{ seconden}$. De klok en de waarnemer die zijn achtergebleven ontmoeten elkaar als ook zij een tijd hebben afgelegd van 90,7 seconden. De klok van de reiziger staat echter op 88 seconden.

(De klok van de reiziger zal weliswaar sneller door de tijd van de ruimte gaan maar zal daardoor niet sneller gaan lopen.)

De waarnemer interpreteert de snelheid van de reiziger als $\frac{6.600.000}{90,7} = 72.767 \text{ km/s}$

De waarnemer en de reiziger zijn het dus niet eens over de tijd en dus de snelheid waarmee de reiziger de afstand heeft afgelegd, respectievelijk (90,7 seconden en 72.767 km/s) en (88 seconden en 75.000 km/s).

In dit voorbeeld zijn we er van uitgegaan dat de reiziger geen tijd nodig had om zijn snelheid te bereiken. Dit is in de praktijk uiteraard niet haalbaar. Ook zijn in dit voorbeeld de afstanden bepaald door de waarnemer en de reiziger voor het moment van vertrek. De reiziger neemt alle afstanden anders waar op het moment dat hij zich beweegt t.o.v. de waarnemer. Hierover later meer.

Tot op heden is de afspraak dat de tijd, afstand en snelheid worden bepaald door de waarnemer en niet door de reiziger.

Meer algemeen geldt $t_t = \sqrt{t_l^2 + t_r^2}$ (zie boven)

(t_t is de totaal afgelegde weg, t_l is de lineair afgelegde weg en t_r is de afgelegde weg door rotatie.

Alle afstanden in seconden)

$$\Rightarrow t_{\text{waarnemer}} = \sqrt{t_l^2 + t_{\text{reiziger}}^2}$$

$$\Rightarrow t_{\text{reiziger}} = \sqrt{t_{\text{waarnemer}}^2 - t_l^2}$$

$$\Rightarrow t_{\text{reiziger}} = t_{\text{waarnemer}} \sqrt{1 - \frac{t_l^2}{t_{\text{waarnemer}}^2}}$$

$$\Rightarrow t_{\text{reiziger}} = t_{\text{waarnemer}} \sqrt{1 - \frac{t_l^2 \cdot c^2}{t_{\text{waarnemer}}^2 \cdot c^2}} \quad (t_l \text{ is de afstand in seconden en } t_l \cdot c \text{ de afstand in km})$$

$$\Rightarrow t_{\text{reiziger}} = t_{\text{waarnemer}} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (v = \frac{t_l \cdot c}{t_{\text{waarnemer}}}, \text{ de snelheid volgens de waarnemer})$$

of ook wel $t' = t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ de formule uit de speciale relativiteitstheorie.

Een paar handige vergelijkingen.

Uit de vergelijking $t_t = \sqrt{t_l^2 + t_r^2}$ kunnen meer vergelijkingen worden afgeleid.

$$\Rightarrow t_{\text{waarnemer}}^2 = t_l^2 + t_{\text{reiziger}}^2$$

$$\Rightarrow \frac{t_{\text{waarnemer}}^2}{t_l^2 \cdot c^2} = \frac{1}{c^2} + \frac{t_{\text{reiziger}}^2}{t_l^2 \cdot c^2}$$

$$\Rightarrow 1/v_i^2 = 1/c^2 + 1/v_e^2 \quad v_i \text{ is de snelheid van de reiziger volgens de waarnemer}$$

$$v_e \text{ is de snelheid van de reiziger volgens de reiziger}$$

$$\Rightarrow 1/v_e^2 = 1/v_i^2 - 1/c^2 \text{ hieruit } v_e = \frac{1}{\sqrt{1/v_i^2 - 1/c^2}} \text{ of } v_e = \frac{v_i}{\sqrt{1 - v_i^2/c^2}} \quad (\text{A})$$

$$\Rightarrow 1/v_i^2 = 1/v_e^2 + 1/c^2 \text{ hieruit } v_i = \frac{1}{\sqrt{1/v_e^2 + 1/c^2}} \text{ of } v_i = \frac{v_e}{\sqrt{1 + v_e^2/c^2}} \quad (\text{B})$$

$$\Rightarrow v_i^2 = \frac{v_e^2 c^2}{c^2 + v_e^2} \Rightarrow v_i^2/c^2 = \frac{v_e^2/c^2}{1 + v_e^2/c^2}$$

$$\Rightarrow 1 - v_i^2/c^2 = \frac{1 + v_e^2/c^2}{1 + v_e^2/c^2} - \frac{v_e^2/c^2}{1 + v_e^2/c^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{1 - v_i^2/c^2} = \frac{1}{\sqrt{1 + v_e^2/c^2}} \text{ of } \sqrt{1 - v_i^2/c^2} \cdot \sqrt{1 + v_e^2/c^2} = 1 \quad (\text{C})$$

(A) is bruikbaar als je v_i door v_e wilt vervangen.

(B) als je v_e door v_i wilt vervangen.

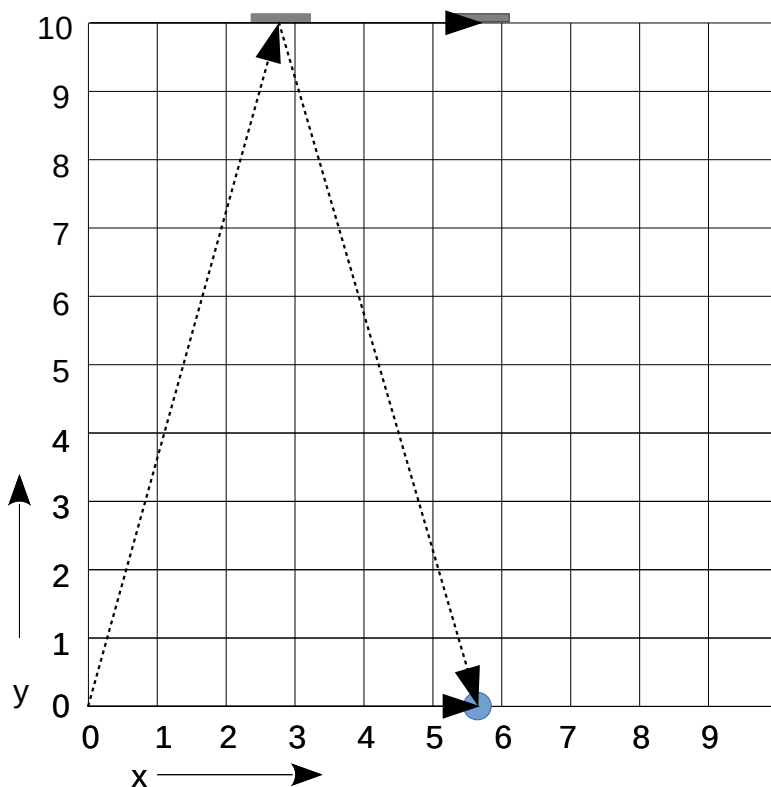
(C) als je $\sqrt{1 - v_i^2/c^2}$ door $\frac{1}{\sqrt{1 + v_e^2/c^2}}$ wilt vervangen of andersom. Beide komen namelijk vaak voor in deze combinatie.

Een waarnemer en een spiegel met een eenparige snelheid.

Wat nu als de waarnemer en de spiegel met een eenparige snelheid een afstand afleggen door de ruimte. Heeft dat invloed op de waarneming?

In veel publicaties wordt als voorbeeld een proef gedaan met een reiziger in een trein die zich t.o.v. een waarnemer verplaatst die zich op het perron bevindt.

In ons voorbeeld geven we de waarnemer uit een eerder voorbeeld een eenparige snelheid langs de x-as, net als de spiegel. De x-as is hier het perron.



Het foton en de waarnemer komen beide aan op $t_x, 0$.

De tijd die het foton heeft overbrugd is in totaal $t_f = 2 \cdot \sqrt{10^2 + (t_x/2)^2} = \sqrt{20^2 + t_x^2}$

De tijd die de waarnemer heeft overbrugd is $t_w = \sqrt{20^2 + t_x^2}$ (Denk aan de hulpas $t_t = \sqrt{t_l^2 + t_r^2}$)

Beide zullen elkaar weer ontmoeten want beide bevinden zich in de zelfde tijd/ruimte. De klok van de waarnemer staat op 20 seconden en hij zal ook hier de snelheid van het foton interpreteren als $c = 300.000 \text{ km/s}$.

Conclusie

Als de waarnemer geen referentiepunt heeft dan is het voor hem onmogelijk te bepalen met wat voor eenparige snelheid hij zich door de ruimte beweegt.

Sterker: Als er wel een referentiepunt is dan is het onmogelijk voor hem te bepalen of het referentiepunt of hij of beide bewegen in de ruimte. **Het is onmogelijk een punt aan te wijzen waarvoor geldt dat dat punt absoluut in rust is.**

Daartegenover staat dat elk punt dat geen versnelling ondervindt als referentiepunt mag worden genomen.

De positie van een deeltje in de tijd/ruimte wordt geheel bepaald door zijn ruimtecoördinaten en de afstand die het deeltje in dat coördinatenstelsel heeft afgelegd.

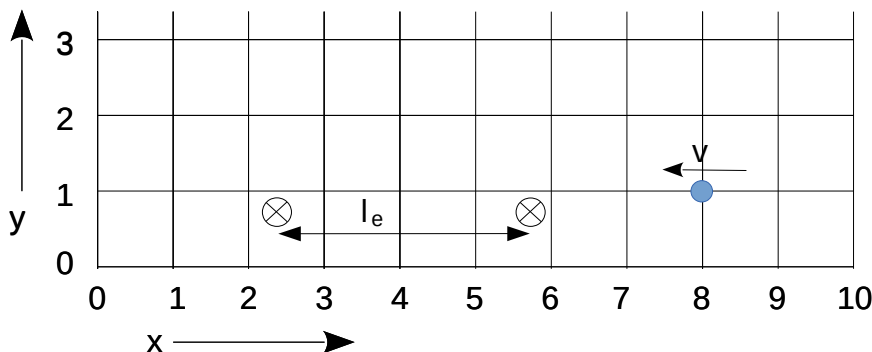
Het coördinatenstelsel behorende bij een referentiepunt dat niet versneld wordt wordt een inertiaalstelsel genoemd.

Lorentz-FitzGeraldcontractie

Uit Wikipedia: De Iers-Britse natuurkundige George FitzGerald en de Nederlandse natuurkundige Hendrik Lorentz postuleerden al, voordat Einstein met zijn theorie kwam, dat voorwerpen die de lichtsnelheid naderen, verkort worden in de bewegingsrichting.

Als een voorwerp met een bepaalde lengte en snelheid een waarnemer nadert en er een bepaalde tijd over doet om deze te passeren -dan volgt uit het feit dat het de afspraak is dat tijd, afstand en snelheid worden bepaald door de waarnemer,- er door de waarnemer een verkorting in de bewegingsrichting wordt waargenomen.

In het volgende voorbeeld plaatsen we twee bakens in ons eigen inertiaalstelsel. Deze bakens zijn voorzien van een radiozender en een lamp. We gaan nu met een raket naar een punt ver van deze bakens en keren daarna terug om met een bepaalde constante snelheid langs deze bakens te vliegen.



Aan de hand van de radiozenders in deze bakens bepalen we onze snelheid v_i . Het zal ons een zekere tijd t kosten om beide bakens te passeren. Aan de hand van deze gegevens kunnen we nu de afstand tussen de bakens bepalen en wel zo dat $l_i = \frac{v_i}{t}$.

We weten echter uit eerdere berekeningen dat onze meting vertekend wordt door het feit dat we met een bepaalde afstand ook een bepaalde tijd overbruggen. De werkelijke snelheid waarmee we door het coördinatenstelsel vliegen is v_e . Voor deze snelheid geldt dat

$$l_e = \frac{v_e}{t}.$$

Er geldt dus $\frac{l_i}{l_e} = \frac{\frac{v_i}{t}}{\frac{v_e}{t}}$ of $l_i = \frac{v_i}{v_e} \cdot l_e$

$$v_e = \frac{1}{\sqrt{1/v_i^2 - 1/c^2}} \quad (A)$$

En dus $l_i = v_i \cdot l_e \sqrt{\frac{1}{v_i^2} - \frac{1}{c^2}} = l_e \sqrt{1 - \left(\frac{v_i}{c}\right)^2}$. (Zie ook [lengtecontractie](#) op Wikipedia)

Relativistische energie

Voor een deeltje dat we versnellen van een snelheid 0 tot een snelheid v_i geldt

$$E_k = \int F dx = \int \frac{dp}{dt} dx = \int \frac{dp}{dt} v_i dt = \int v_i dp$$

voor p geldt $p = \frac{m}{\sqrt{1 - (\frac{v_i}{c})^2}} \cdot v_i = m \cdot v_e$ (zie [Wikipedia](#) en pagina 6)
 m is de z.g. rustmassa.

Voor v_i geldt $v_i = \frac{v_e}{\sqrt{1 + \frac{v_e^2}{c^2}}}$ (zie pagina 6) of $v_i = \frac{v_e \cdot c}{\sqrt{c^2 + v_e^2}}$

Bovenstaande integraal is nu te herschrijven als:

$$E_k = mc \int_0^{v_e} \frac{v_e}{\sqrt{c^2 + v_e^2}} dv_e = mc \left[\sqrt{c^2 + v_e^2} \right]_0^{v_e}$$

Het vinden van de primitieve functie van de integraal is vooral een kwestie van proberen. Hoe vaker je het doet hoe sneller je de oplossing vindt. Ook kun je de integraal oplossen met online integrator van Wolfram ([zie hier](#))

Als je in het verleden al eens de differentiaal $\frac{dy}{dx}$ van $y = \sqrt{p+qx+rx^2}$ hebt opgelost dan is het vinden van de primitieve functie van bovenstaande integraal een eitje.

Differentiaal oplossen met de kettingregel:

$$y = \sqrt{p+qx+rx^2} \quad u = p+qx+rx^2 \quad \text{dus} \quad y = \sqrt{u}$$

$$\frac{dy}{du} = \frac{1}{2\sqrt{u}} \quad \text{en} \quad \frac{du}{dx} = q+2rx$$

$$\frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = \frac{dy}{dx} = \frac{q+2rx}{2\sqrt{p+qx+rx^2}} = \frac{q/2+rx}{\sqrt{p+qx+rx^2}}$$

In ons geval is $p=c^2$, $q=0$ en $r=1$

Tussen de grenzen v_e en 0 :

$$E_k = mc \sqrt{c^2 + v_e^2} - mc^2$$

Feitelijk leunt deze oplossing al dicht aan tegen de vergelijking $E = mc^2$ omdat hier feitelijk staat dat de kinetische energie gelijk is aan de totaal energie

$$E_{tot} = mc \sqrt{c^2 + v_e^2} \quad \text{minus de energie in rust waarvoor geldt} \quad E_{rust} = mc \sqrt{c^2 + 0} = mc^2$$

Aan de vergelijking is goed te zien dat de relatieve bijdrage van v_e (de lineaire eigensnelheid) even groot is als de energie door rotatie. ($v_r = c$).

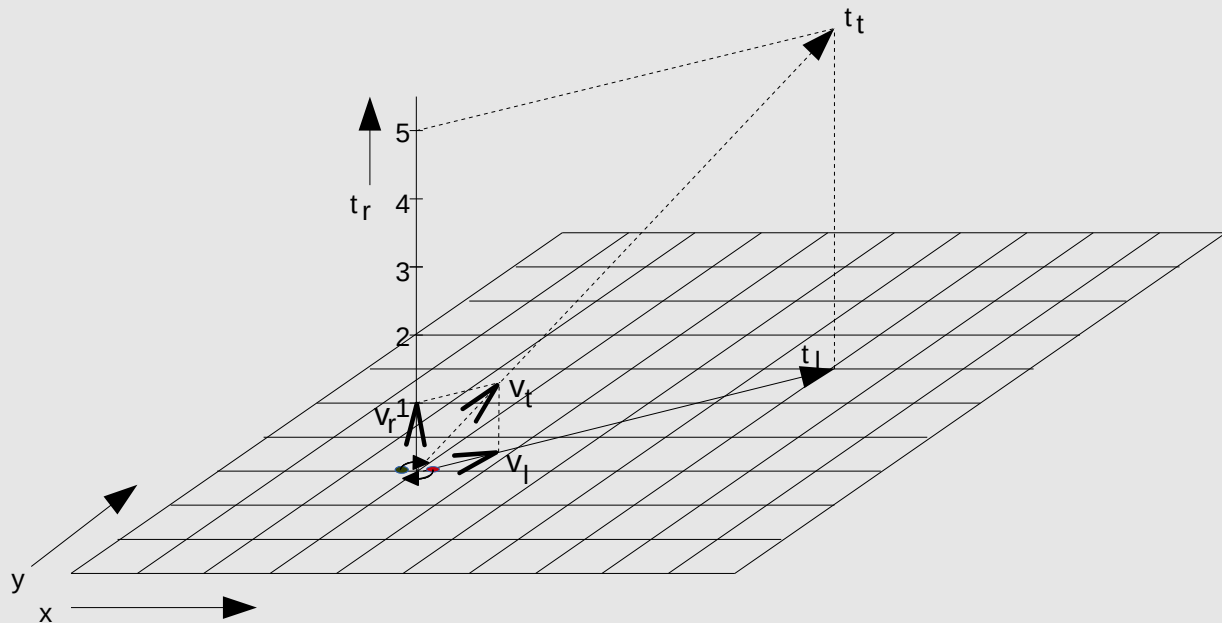
De vergelijking E_k herschreven voor v_i :

$$E_k = mc \sqrt{c^2 + v_e^2} - mc^2 = mc^2 \sqrt{1 + \frac{v_e^2}{c^2}} - mc^2$$

$$\Rightarrow E_k = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v_i^2/c^2}} - 1 \right) \quad (\text{Wikipedia})$$

De energie van een materiedeeltje

Als we de snelheid door rotatie v_r van het materiedeeltje afzetten op een hulpas loodrecht op de tweedimensionale ruimte dan is de lengte van de totale snelheid v_t gelijk aan de schuine zijde van de gevormde driehoek. Grafisch ziet dat er als volgt uit:



$$E_{tot} = mc \cdot v_t = mc \sqrt{v_r^2 + v_l^2} = mc \sqrt{c^2 + v_l^2}$$

Voorbeeld 1

Stel we schieten een klokje met een enorme snelheid naar Mars en met de zelfde snelheid weer terug. Mars staat op dat moment op **10 lichtminuten = 10 x 60 x 300.000 km = 180 miljoen km** bij ons vandaan (heen en terug **360 miljoen km, 20 lichtminuten**).

Volgens een waarnemer op aarde doet het klokje er **40 minuten** over om weer terug te keren. Op welke stand staat het klokje als die bij vertrek op **0:00:00 uur** is gezet?

Antwoord:

$$t_{klok} = t' = \sqrt{t^2 - s_c^2} = \sqrt{40^2 - 20^2} = 34,64 \text{ min} = 34:38 \text{ min.}$$

Voorbeeld 2:

Wat is de kinetische energie van een deeltje met een snelheid van **0,99 c**?

Antwoord:

$$v_e = \frac{c}{\sqrt{1/99^2 - 1}} = 7,018 c$$

$$E_k = mc \sqrt{c^2 + v_e^2} - mc^2$$

$$E_k = mc^2 \sqrt{1 + 7,018^2} - mc^2 = 6,089 mc^2$$

Voorbeeld 3:

In het Large Hadron Collider (LHC) in de buurt van Genève worden in een ringvormige tunnel met een omtrek van **27 km** protonen versneld tot een snelheid van **0,999.999.964 c**.

Wat is de benodigde gemiddelde veldsterkte van het magneetveld om de protonen in hun baan te houden?

Antwoord:

Een elektrisch geladen deeltje doorloopt in een magnetisch veld een (deel van een) cirkelbaan waarbij de straal bepaald wordt door $r = \frac{mv_e}{Bq}$

$$\Rightarrow B = \frac{mv_e}{rq}$$

m = de massa van het proton =	$1,672.62 * 10^{-27} kg$
q = de lading van het proton =	$1,6 * 10^{-19} C$
r = de straal van de doorlopen cirkel =	$4.297,2 m$
v_i = de snelheid van het proton =	$0,999.999.964 c$

$$v_e = \frac{c}{\sqrt{(c/v_i)^2 - 1}} = 3.726,78 c$$

$$B = \frac{1,672.62 * 10^{-27} * 3,726.78 * 10^3 * 3 * 10^8}{4,297.2 * 10^3 * 1,6 * 10^{-19}} = 2,72 T$$

Voorbeeld 4:

Hoe groot is de middelpuntvliedende kracht op een proton in de Large Hadron Collider (LHC) die door de Lorentzkracht moet worden gecompenseerd om het proton in zijn baan te houden. De LHC heeft een omtrek van **27 km** en het proton heeft een snelheid van **0,999.999.964 c**.

Antwoord:

De naar buiten gerichte kracht die een ronddraaiende massa **m** op een afstand **r** van een middelpunt uitoefent, wordt gegeven door:

$$F_m = \frac{mv_e^2}{r}$$

m = de massa van het proton = $1,672.62 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
r = de straal van de doorlopen cirkel = $4.297,2 \text{ m}$
v_i = de snelheid van het proton = $0,999.999.964 \text{ c}$

$$v_e = \frac{c}{\sqrt{(c/v_i)^2 - 1}} = 3.726,78 \text{ c}$$

$$F_m = \frac{1,672.62 \cdot 10^{-27} \cdot (3.726,78 \text{ c})^2}{4.297,2} = 4,865.4 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

Voorbeeld 5:

Met een ruimteschip wordt een klok met een constante versnelling de ruimte ingeschoten. Een waarnemer blijft achter.

De klok wordt op het moment van vertrek op 00:00:00 uur gezet.

De versnelling bedraagt 1000 m/s^2 .

Op wat voor afstand van de waarnemer bereikt het schip volgens die waarnemer een snelheid van $0,4 \text{ c}$ (v_i) en wat is op dat moment de stand van de klok?

Antwoord:

$$v_e = \frac{c}{\sqrt{(c/v_i)^2 - 1}} = 0,4364 \text{ c}$$

t' is de stand van de klok.

$$t' = \frac{v_e}{a} = \frac{0,4364 \text{ c}}{1000} = 130.931 \text{ seconden} = 36:22:11 \text{ uur}$$

$$s = \frac{v_e \cdot t'}{2} = \frac{a \cdot t'^2}{2} = \frac{1000 \cdot 130.930^2}{2} = 8,5714 \cdot 10^{12} \text{ m} = 8,5714 \cdot 10^9 \text{ km} = 28.571 \text{ lichtseconden}$$

wat bijna gelijk is aan 8 lichtuur .

Voorbeeld 6:

Hoeveel loopt, na honderd jaar, een klok voor op een toren van 100 m hoogte in vergelijking met een klok op de grond?

Antwoord:

De versnelling aan het oppervlak van de aarde (en op honderd meter hoogte) bedraagt 10 m/s^2 , wat gelijk staat aan een tijdsgradiënt per meter van $10 \text{ m}/(3 \cdot 10^8 \text{ m})^2 = 1,1111 \cdot 10^{-16} \text{ per meter}$ (een seconde is gelijk aan $3 \cdot 10^8 \text{ m}$).

100 jaar is gelijk aan $100 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} = 3,1536 \cdot 10^9 \text{ s}$

Het tijdsverschil is

$$\text{hoogte} \cdot \text{tijdsgradiënt} \cdot 100 \text{ jaar} = 100 \cdot 1,1111 \cdot 10^{-16} \cdot 3,1536 \cdot 10^9 = 35,04 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

dus net iets meer dan $35 \mu\text{s}$.

Voorbeeld 7:

Hoeveel loopt een klok t.o.v. een klok op aarde voor of achter in een satelliet op 20.000 km hoogte na een omwenteling?

Antwoord:

Een klok op een bepaalde hoogte loopt voor t.o.v. een klok op aarde.

Een klok die zich t.o.v. van een klok op aarde beweegt loopt achter.

Voor de versnelling t.g.v. de aantrekkingskracht van een massa geldt:

$$g(r) = \frac{GM}{r^2}$$

Het product van G en M is voor de aarde met grote nauwkeurigheid bekend.

Voor de aarde geldt: $GM = 3,986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$

Voor de satelliet geldt dat de middelpuntvliedende kracht gelijk is aan de aantrekkings-

kracht van de aarde: $\frac{mv_e^2}{R_s} = \frac{mGM}{R_s^2} \Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{GM}{R_s}} = \sqrt{\frac{3,986 \cdot 10^{14}}{26,371 \cdot 10^6}} = 3.887,8 \text{ ms}^{-1}$

De omtrek van deze cirkelbaan: $C_s = 2\pi r = 2 \cdot 3,1416 \cdot 26,371 \cdot 10^6 = 165,694 \cdot 10^6 \text{ m}$

De tijd van een omwenteling: $t' = \frac{165,694 \cdot 10^6}{3.887,8} = 42.619 \text{ s} = 11:50:19 \text{ uur}$

Het tijdsverschil t.g.v. zijn snelheid tussen de klok op aarde en de klok in de satelliet is:

$$t - t' = \frac{s}{v_i} - \frac{s}{v_e} = \frac{s(v_e - v_i)}{v_i v_e} = \frac{s(1 - v_i/v_e)}{v_i}$$

$$v_e = \frac{v_i}{\sqrt{1 - v_i^2/c^2}} \Rightarrow t - t' = \frac{s}{v_i} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{v_i^2}{c^2}} \right) \approx \frac{s v_i}{2 c^2}$$

Het tijdsverschil t.g.v. zijn snelheid na een omwenteling:

$$t - t' = \frac{165,694 * 10^6 * 3.887,8}{2(3 * 10^8)^2} = 3,5788 * 10^{-6} s$$

Houd je niet van benaderingen, reken dan het resultaat uit m.b.v. de Ivy-rekenmachine van

Google: $t - t' = \frac{s}{v_i} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{v_i^2}{c^2}} \right) = 3,5788 * 10^{-6} s$

In **Voorbeeld 6** is **g** bij benadering een constante. Dat geldt hier echter niet. We integreren daarom **g(r)** van **R₀** tot **R_s**.

$$g[R_0 - R_s] = \int_{R_0}^{R_s} \frac{GM}{r^2} dr = \left[\frac{GM}{r} \right]_{R_0}^{R_s} = GM \left(\frac{1}{R_s} - \frac{1}{R_0} \right) = GM \left(\frac{R_0 - R_s}{R_s R_0} \right) m^2 s^{-2}$$

$$g[R_0 - R_s] = 3,986 * 10^{14} \left(\frac{6,371 * 10^6 - 26,371 * 10^6}{6,371 * 10^6 * 26,371 * 10^6} \right) = -47,450 * 10^6 m^2 s^{-2}$$

Het tijdsverschil van de twee klokken t.g.v. de zwaartekracht na een omwenteling be-

draagt: $\frac{-47,45 * 10^6}{(3 * 10^8)^2} * 42.619 = -22,47 * 10^{-6} s$

De totale tijdsverschil na een omwenteling is dus $3,5788 * 10^{-6} - 22,47 * 10^{-6} = -18,89 * 10^{-6} s$,
dus bijna $-19 \mu s$

Voorbeeld 8:

Afleiding $E=mc^2$

Voor een deeltje dat we versnellen van een snelheid 0 tot een snelheid v_i geldt

$$E_k = \int F dx = \int \frac{dp}{dt} dx = \int \frac{dp}{dt} v_i dt = \int v_i dp$$

Voor relativistische snelheden geldt $p = m v_e$ (zie [Wikipedia](#))

$$v_i = c \cdot \frac{v_e}{\sqrt{c^2 + v_e^2}} \quad m \text{ is de z.g. rustmassa.}$$

Bovenstaande integraal is nu te herschrijven als:

$$E_k = mc \int_0^{v_e} \frac{v_e}{\sqrt{c^2 + v_e^2}} dv_e = mc \left[\sqrt{c^2 + v_e^2} \right]_0^{v_e}$$

Tussen de grenzen 0 en v_e :

$$E_k = mc \sqrt{c^2 + v_e^2} - mc^2 \quad \text{Hier staat dat de kinetische energie gelijk is aan de totaal energie}$$

$$E_{tot} = mc \sqrt{c^2 + v_e^2} \quad \text{minus de energie in rust (} v_i = 0 \text{ dus } v_e = 0 \text{) waarvoor geldt}$$

$$E_{rust} = mc \sqrt{c^2 + 0} = mc^2 \quad (E = mc^2)$$

De vergelijking E_k herschreven voor v_i :

$$\sqrt{1 + \frac{v_e^2}{c^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_i^2}{c^2}}}$$

$$E_k = mc \sqrt{c^2 + v_e^2} - mc^2 = mc^2 \sqrt{1 + \frac{v_e^2}{c^2}} - mc^2 = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_i^2}{c^2}}} - 1 \right) \quad (\text{Wikipedia})$$

Wordt vervolgd.

In dit artikel/discussiestuk wil ik aantonen dat het voor een goed begrip van de relativiteitstheorie beter is om met wat meer afstand de waarneming te interpreteren. Bovendien is de theorie dan beter te begrijpen.

Disclaimer

Inhoud

De informatie die door mij, Henk Druiven, wordt verstrekt op deze website is ontleend aan mijn fantasie. Doordat er door weinig mensen inhoudelijk op mijn stellingen en berekeningen wordt gereageerd kan het zijn dat er fouten op de site voorkomen. Ik nodig iedereen van harte uit om te reageren.

De informatie op deze website is uitsluitend indicatief en kan op ieder moment zonder aankondiging worden gewijzigd.

Aansprakelijkheid

Aan de verstrekte informatie kunnen geen rechten worden ontleend. Ik, Henk Druiven, aanvaardt geen enkele aansprakelijkheid voor de inhoud van deze website en de daarop verstrekte informatie.

Verantwoordelijkheid

Afnemer van de informatie is verantwoordelijk voor de keuze en het gebruik van de informatie. Ten aanzien van de inhoud van dit document bestaat geen overnemingsvrijheid; alle auteursrechten, ook die bedoeld in art. 15 Auteurswet worden voorbehouden. Nederlands recht is van toepassing.

Reacties kunt u sturen naar henk@alternatiefoerknaltheorie.nl