27 augustus 2019 – Henk Druiven, Alternatief voor de Oerknaltheorie

Het rekenen met relativistische grootheden kan een stuk eenvoudiger.

Door het invoeren van een enkele nieuwe definitie en het hanteren van een ander postulaat dan die van Einstein (Wikipedia) kan het rekenen met relativistische grootheden een stuk eenvoudiger.

De speciale relativiteitstheorie werd door Albert Einstein in 1905 ontwikkeld. Deze theorie gaat uit van de volgende twee postulaten:

> De wetten van de natuurkunde (inclusief die van de elektrodynamica) zijn dezelfde voor waarnemers in inertiaalstelsels die eenparig ten opzichte van elkaar bewegen.
>
> ___
>
> De lichtsnelheid in vacuüm is een universele constante, oftewel: waarnemers in inertiaalstelsels meten voor de lichtsnelheid in vacuüm altijd 299.792.458 m/s, onafhankelijk van hun onderlinge (relatieve) beweging.

Het tweede postulaat wil ik graag wijzigen in de volgende:

> Tijd en ruimte zijn niet van elkaar te onderscheiden. Tijd bestaat niet naast de ons drie bekende dimensies maar is daaraan gelijk.
> Tijd verhoudt zich tot afstand als 1 seconde tot 299.792.458 m. Het maakt niet uit in welke richting deze afstand wordt overbrugd.

Uit de postulaten van Einstein volgt dat:

$$t' = t\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Met andere woorden; “Als een object zich met een constante snelheid beweegt ten opzichte van een niet versnellende waarnemer dan wordt de tijd van het object door de waarnemer gemeten als t’ ”.

Deze formule is te herschrijven als:

$t'^2 = t^2 - \frac{s^2}{c^2}$ of $t^2 = t'^2 + \frac{s^2}{c^2} = t'^2 + s_c^2$. s_c is de afstand uitgedrukt in lichtseconden.

Vandaar mijn tweede postulaat.

Graag wil ik een tweede definitie voor snelheid van een object definiëren.

De normale definitie van snelheid luidt: De snelheid (v_i) van een object t.o.v. een waarnemer is de afstand afgelegd in het inertiaalstelsel van de waarnemer door dat object gedeeld door de tijd (**t**) die dat object volgens de waarnemer nodig heeft om die afstand te overbruggen.

De nieuwe definitie luidt: De snelheid (v_e) van een object t.o.v. een waarnemer is de afstand afgelegd in het inertiaalstelsel van de waarnemer door dat object gedeeld door de tijd (**t'**) van het object zelf.

We kunnen nu de volgende formules afleiden:

=> $t^2 = t'^2 + s_c^2$

=> $\frac{t^2}{s_c^2 . c^2} = \frac{1}{c^2} + \frac{t'^2}{s_c^2 . c^2}$

=> $\frac{1}{v_i^2} = \frac{1}{c^2} + \frac{1}{v_e^2}$ v_i is de snelheid van de object volgens de waarnemer
v_e is de snelheid van de object volgens de nieuwe definitie

=> $1/v_e^2 = 1/v_i^2 - 1/c^2$ hieruit $v_e = \frac{1}{\sqrt{1/v_i^2 - 1/c^2}}$ of $v_e = \frac{v_i}{\sqrt{1 - v_i^2/c^2}}$ (A)

=> $1/v_i^2 = 1/v_e^2 + 1/c^2$ hieruit $v_i = \frac{1}{\sqrt{1/v_e^2 + 1/c^2}}$ of $v_i = \frac{v_e}{\sqrt{1 + v_e^2/c^2}}$ (B)

=> $v_i^2 = \frac{v_e^2 c^2}{c^2 + v_e^2}$ => $v_i^2/c^2 = \frac{v_e^2/c^2}{1 + v_e^2/c^2}$

=> $1 - v_i^2/c^2 = \frac{1 + v_e^2/c^2}{1 + v_e^2/c^2} - \frac{v_e^2/c^2}{1 + v_e^2/c^2}$

=> $\sqrt{1 - v_i^2/c^2} = \frac{1}{\sqrt{1 + v_e^2/c^2}}$ of $\sqrt{1 - v_i^2/c^2} . \sqrt{1 + v_e^2/c^2} = 1$ (C)

(A) is bruikbaar als je v_i door v_e wilt vervangen.
(B) als je v_e door v_i wilt vervangen.
(C) als je $\sqrt{1 - v_i^2/c^2}$ door $\frac{1}{\sqrt{1 + v_e^2/c^2}}$ wilt vervangen of andersom.

Nu wat rekenvoorbeelden:

Voorbeeld 1

Stel we schieten een klokje met een enorme snelheid naar Mars en met de zelfde snelheid weer terug. Mars staat op dat moment op **10 lichtminuten= 10 x 60 x 300.000 km= 180 miljoen km** bij ons vandaan (heen en terug **360 miljoen km**, **20 lichtminuten**).

Volgens een waarnemer op aarde doet het klokje er **40 minuten** over om weer terug te keren. Op welke stand staat het klokje als die bij vertrek op **0:00:00 uur** is gezet?

Antwoord:

$$t_{klok} = t' = \sqrt{t^2 - s_c^2} = \sqrt{40^2 - 20^2} = 34{,}64\,min = 34:38\,min.$$

Voorbeeld 2:

Wat is de kinetische energie van een deeltje met een snelheid van **0,99 c**?

Antwoord:

$$v_e = \frac{c}{\sqrt{1/99^2 - 1}} = 7{,}018\, c$$
$$E_k = mc\sqrt{c^2 + v_e^2} - mc^2$$
$$E_k = mc^2\sqrt{1 + 7{,}018^2} - mc^2 = 6{,}089\, mc^2$$

Voorbeeld 3:

In het Large Hadron Collider (LHC) in de buurt van Genève worden in een ringvormige tunnel met een omtrek van **27 km** protonen versneld tot een snelheid van **0,999.999.964 c**.

Wat is de benodigde gemiddelde veldsterkte van het magneetveld om de protonen in hun baan te houden?

Antwoord:

Een elektrisch geladen deeltje doorloopt in een magnetisch veld een (deel van een) cirkelbaan waarbij de straal bepaald wordt door $r = \frac{mv_e}{Bq}$

=> $B = \frac{mv_e}{rq}$

m = de massa van het proton = $1{,}672.62 * 10^{-27} kg$
q = de lading van het proton = $1{,}6 * 10^{-19} C$
r = de straal van de doorlopen cirkel = $4.297{,}2\, m$
v$_i$ = de snelheid van het proton = $0{,}999.999.964\, c$

$$v_e = \frac{c}{\sqrt{(c/v_i)^2 - 1}} = 3.726{,}78\, c$$

$$B = \frac{1{,}672.62 * 10^{-27} * 3{,}726.78 * 10^3 * 3 * 10^8}{4{,}297.2 * 10^3 * 1{,}6 * 10^{-19}} = 2{,}72\, T$$

Voorbeeld 4:

Hoe groot is de middelpuntvliedende kracht op een proton in de Large Hadron Collider (LHC) die door de Lorentzkracht moet worden gecompenseerd om het proton in zijn baan te houden. De LHC heeft een omtrek van **27 km** en het proton heeft een snelheid van **0,999.999.964 c**.

Antwoord:

De naar buiten gerichte kracht die een ronddraaiende massa **m** op een afstand **r** van een middelpunt uitoefent, wordt gegeven door:

$$F_m = \frac{m v_e^2}{r}$$

m = de massa van het proton = $1{,}672.62 * 10^{-27}\,kg$
r = de straal van de doorlopen cirkel = $4.297{,}2\,m$
v$_i$ = de snelheid van het proton = $0{,}999.999.964\,c$

$$v_e = \frac{c}{\sqrt{(c/v_i)^2 - 1}} = 3.726{,}78\,c$$

$$F_m = \frac{1{,}672.62 * 10^{-27} * (3.726{,}78\,c)^2}{4.297{,}2} = 4{,}865.4 * 10^{-7}\,N$$

Voorbeeld 5:

Met een ruimteschip wordt een klok met een constante versnelling de ruimte ingeschoten. Een waarnemer blijft achter.
De klok wordt op het moment van vertrek op 00:00:00 uur gezet.
De versnelling bedraagt $1000\,m/s^2$.

Op wat voor afstand van de waarnemer bereikt het schip volgens die waarnemer een snelheid van 0,4 c (v_i) en wat is op dat moment de stand van de klok?

Antwoord:

$$v_e = \frac{c}{\sqrt{(c/v_i)^2 - 1}} = 0{,}4364\,c$$

t' is de stand van de klok.

$$t' = \frac{v_e}{a} = \frac{0{,}4364\,c}{1000} = 130.931\,seconden = 36:22:11\,uur$$

$$s = \frac{v_e * t'}{2} = \frac{a * t'^2}{2} = \frac{1000 * 130.930^2}{2} = 8{,}5714 * 10^{12}\,m = 8{,}5714 * 10^{9}\,km = 28.571\,lichtseconden$$

wat bijna gelijk is aan $8\,lichtuur$.

Voorbeeld 6:

Hoeveel loopt, na honderd jaar, een klok voor op een toren van 100 m hoogte in vergelijking met een klok op de grond?

Antwoord:

De versnelling aan het oppervlak van de aarde (en op honderd meter hoogte) bedraagt $10\,m/s^2$, wat gelijk staat aan een tijdsgradiënt per meter van $10\,m/(3*10^8\,m)^2=1{,}1111*10^{-16}\,per\,meter$ (een seconde is gelijk aan $3*10^8\,m$) .

100 jaar is gelijk aan $100*365*24*3600\,s=3{,}1536*10^9\,s$
Het tijdsverschil is

$$hoogte*tijdsgradiënt*100\,jaar=100*1{,}1111*10^{-16}*3{,}1536*10^9=35{,}04*10^{-6}\,s$$

dus net iets meer dan $35\,\mu s$.

Voorbeeld 7:

Hoeveel loopt een klok t.o.v. een klok op aarde voor of achter in een satelliet op 20.000 km hoogte na een omwenteling?

Antwoord:

Een klok op een bepaalde hoogte loopt voor t.o.v. een klok op aarde.

Een klok die zich t.o.v. van een klok op aarde beweegt loopt achter.

Voor de versnelling t.g.v. de aantrekkingskracht van een massa geldt:

$$g(r)=\frac{GM}{r^2}$$

Het product van G en M is voor de aarde met grote nauwkeurigheid bekend.
Voor de aarde geldt: $GM=3{,}986*10^{14}m^3s^{-2}$

Voor de satelliet geldt dat de middelpuntvliedende kracht gelijk is aan de aantrekkingskracht van de aarde: $\frac{mv_e^2}{R_s}=\frac{mGM}{R_s^2}$ =>

$$v_e=\sqrt{\frac{GM}{R_s}}=\sqrt{\frac{3{,}986*10^{14}}{26{,}371*10^6}}=3.887{,}8\,ms^{-1}$$

De omtrek van deze cirkelbaan: $C_s = 2\pi r = 2*3{,}1416*26{,}371*10^6 = 165{,}694*10^6\, m$

De tijd van een omwenteling: $t' = \frac{165{,}694*10^6}{3.887{,}8} = 42.619\, s = 11:50:19\, uur$

Het tijdsverschil t.g.v. zijn snelheid tussen de klok op aarde en de klok in de satelliet is:

$$t - t' = \frac{s}{v_i} - \frac{s}{v_e} = \frac{s(v_e - v_i)}{v_i v_e} = \frac{s(1 - v_i/v_e)}{v_i}$$

$$v_e = \frac{v_i}{\sqrt{1 - v_i^2/c^2}} \quad => \quad t - t' = \frac{s}{v_i}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{v_i^2}{c^2}}\right) \approx \frac{s\, v_i}{2c^2}$$

Het tijdsverschil t.g.v. zijn snelheid na een omwenteling:

$$t - t' = \frac{165{,}694*10^6*3.887{,}8}{2(3*10^8)^2} = 3{,}5788*10^{-6}\, s$$

Houd je niet van benaderingen, reken dan het resultaat uit m.b.v. de Ivy-rekenmachine van Google: $t - t' = \frac{s}{v_i}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{v_i^2}{c^2}}\right) = 3{,}5788*10^{-6}\, s$

In **Voorbeeld 6** is **g** bij benadering een constante. Dat geldt hier echter niet. We integreren daarom **g(r)** van $\mathbf{R_0}$ tot $\mathbf{R_s}$.

$$g[R_0 - R_s] = \int_{R_0}^{R_s} \frac{GM}{r^2} dr = \left[\frac{GM}{r}\right]_{R_o}^{R_s} = GM\left(\frac{1}{R_s} - \frac{1}{R_0}\right) = GM\left(\frac{R_0 - R_s}{R_s R_0}\right) m^2 s^{-2}$$

$$g[R_0 - R_s] = 3{,}986*10^{14}\left(\frac{6{,}371*10^6 - 26{,}371*10^6}{6{,}371*10^6*26{,}371*10^6}\right) = -47{,}450*10^6 m^2 s^{-2}$$

Het tijdsverschil van de twee klokken t.g.v. de zwaartekracht na een omwenteling bedraagt: $\frac{-47{,}45*10^6}{(3*10^8)^2}*42.619 = -22{,}47*10^{-6}\, s$

De totale tijdsverschil na een omwenteling is dus $3{,}5788*10^{-6} - 22{,}47*10^{-6} = -18{,}89*10^{-6}\, s$, dus bijna $-19\, \mu s$

Voorbeeld 8:

Afleiding E=mc²

Voor een deeltje dat we versnellen van een snelheid 0 tot een snelheid v_i geldt

$$E_k = \int F\,dx = \int \frac{dp}{dt}\,dx = \int \frac{dp}{dt}\,v_i\,dt = \int v_i\,dp$$

Voor relativistische snelheden geldt $p = m\,v_e$ (zie Wikipedia)

$$v_i = c\,.\frac{v_e}{\sqrt{c^2+v_e^2}}$$

m is de z.g. rustmassa.

Bovenstaande integraal is nu te herschrijven als:

$$E_k = mc\int_0^{v_e} \frac{v_e}{\sqrt{c^2+v_e^2}}\,dv_e = mc\left[\sqrt{c^2+v_e^2}\right]_0^{v_e}$$

Tussen de grenzen 0 en v_e :

$E_k = mc\sqrt{c^2+v_e^2} - mc^2$ Hier staat dat de kinetische energie gelijk is aan de totaal energie

$E_{tot} = mc\sqrt{c^2+v_e^2}$ **minus** de energie in rust ($v_i = 0$ dus $v_e = 0$) waarvoor geldt

$E_{rust} = mc\sqrt{c^2+0} = mc^2$ ($E = mc^2$)

De vergelijking E_k herschreven voor v_i :

$$\sqrt{1+\frac{v_e^2}{c^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v_i^2}{c^2}}}$$

$$E_k = mc\sqrt{c^2+v_e^2} - mc^2 = mc^2\sqrt{1+\frac{v_e^2}{c^2}} - mc^2 = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v_i^2}{c^2}}} - 1\right)$$ (Wikipedia)

Zie ook:

Kan iets anders dan de expansie van het universum de Hubble-roodverschuiving verklaren?

De speciale relativiteitstheorie voor dummies