

## E=mc<sup>2</sup> voor dummies

Voor een deeltje dat we versnellen van een snelheid 0 tot een snelheid v geldt

$$E_k = \int F dx = \int \frac{dp}{dt} dx = \int \frac{dp}{dt} v dt = \int v dp$$

Voor relativistische snelheden geldt  $p = \frac{m}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} \cdot v$  (zie [Wikipedia](#))  
 $m$  is de z.g. rustmassa.

$\frac{v}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}$  vervangen we door  $x$

$$\Rightarrow 1/x^2 = 1/v^2 - 1/c^2 \text{ dus } 1/v^2 = 1/x^2 + 1/c^2 \Rightarrow v = c \cdot \frac{x}{\sqrt{c^2 + x^2}}$$

Bovenstaande integraal is nu te herschrijven als:

$$E_k = mc \int_0^x \frac{x}{\sqrt{c^2 + x^2}} dx = mc [\sqrt{c^2 + x^2}]_0^x$$

Het vinden van de primitieve functie van de integraal is vooral een kwestie van proberen. Hoe vaker je het doet hoe sneller je de oplossing vindt. Ook kun je de integraal oplossen met online integrator van Wolfram ([zie hier](#))

Tussen de grenzen 0 en  $x$  :

$$E_k = mc \sqrt{c^2 + x^2} - mc^2$$

Hier staat dat de kinetische energie gelijk is aan de totaal energie

$$E_{tot} = mc \sqrt{c^2 + x^2} \text{ minus de energie in rust ( } v=0 \text{ dus } x=0 \text{ ) waarvoor geldt}$$

$$E_{rust} = mc \sqrt{c^2 + 0} = mc^2 \text{ ( } E = mc^2 \text{ )}$$

Uit  $x = \frac{v}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}$  volgt dat  $v = \frac{x}{\sqrt{1 + (\frac{x}{c})^2}}$  of  $v = \frac{1}{\sqrt{1/x^2 + 1/c^2}}$  waaruit volgt dat

$$\sqrt{1 + x^2/c^2} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \text{ zie: [Het rekenen met relativistische grootheden kan een stuk eenvoudiger](#)}$$

De vergelijking  $E_k$  herschreven voor  $v$  :

$$E_k = mc \sqrt{c^2 + x^2} - mc^2 = mc^2 \sqrt{1 + x^2/c^2} - mc^2 = mc^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right) \text{ ([Wikipedia](#))}$$